



ERDÉSZETI LAPOK

a magyar erdészegylet

K Ö Z L Ö N Y E.

Negyedik évfolyam.

VI. füzet.

Junius 1865.

Adatok a téroszlás elméletéhez, s annak gyakorlati kivitele az erdészethen.

Irtó Belházy Emil.

Ki térosztási feladatok megoldásával foglalkozott, több ízben vehette észre, hogy ezek nem mindég egyszerű műveletből állanak, hanem igen sokszor bonyolódott és hosszadalmas munkát okoznak, különösen, ha pontos eredmény mellett oly megoldás kívántatik, mely szerént a tér-részeknek meghatározott alakjuk, vagy pedig a határvonaloknak meghatározott irányuk legyen.

A gyakorlati kivitelt nehezé teszi az, hogy ily feladatok megoldásához ép úgy lehetlen oly határozott eljárást megjelölni, mely különbség nélkül minden esetre hasonló előnnyel alkalmazható legyen, mint előszámolni mind azon körülményeket, melyeket tekintetbe kell venni, s mind azon feltételeket, melyek ily alkalmakkor állithatók. Egyes eseteket illetőleg csaknem minden gyakorlati mértanban egyik vagy másik feloldási módszer elő van adva, hanem e módszerek legnagyobb része — legalább mennyire én tudom — csak közvetett uton vezetnek célhoz s részint igen bonyodalmassok, részint pedig nem eléggé pontos végeredményt szolgáltatók.

Nem tartom tehát fölösnek, az ily föladatok egy különleges nemének közvetlen feloldási módját a következőkben közleni.

Szolgáljon ez t. szaktársaimnak ösztönül, hogy ők is az e téren szerzett gyakorlati tapasztalataikat, ez eddig ugyan kevés figyelemre méltatott de még sem jelentéktelen tárgy felett, közölni sziveskedjenek.

Szándékom itt a térosztási feladatok azon nemét tárgyalni, mely csekély véleményem szerint az erdőszetnél leggyakrabban fordul elő.

Tegyük bár, mikép valami erdőterület vágásokra osztandó, vagy hogy egyes erdők kikerekítése végett azok bizonyos része más földdel való kicserélés miatt külön választandó, mint szintén, ha szolgalmak megváltásánál a faizás jogosultakra eső erdőterséget kell kihasítani s t. e. f. mind ez esetekben tulajdonkép akörül forog a kérdés, hogy valami térségből bizonyos nagyságu részt elkülönítsünk, még pedig legtöbbnyire oly módon, hogy a választó-vonalak meghatározott irányt nyerve, valami adott vagy képzelt másik vonallal egyenközűek legyenek.

Hogy a feladatot egyszerűsítsük, tegyük fel, mikép az egész felosztandó terület ugyanazon jóságú, s hogy minden oldalról egyenes vonalokkal van határolva.

Ez utóbbit föltéve a felosztandó térséget úgy tekinthetjük mint-ha esupa kicsi részecskékből volna összetéve, melyek vagy háromszög vagy dülény alakúak, miszerint itt azon kérdés lesz megoldandó: miként lehet adott nagyságu térséget 1-ször valami háromszögből, 2-szor valami dülényből kihasítani.

Miután pedig az elválasztás **háromszögnél: a csucstól az alapvonal felé**, vagy **megfordítva**; — **dülénynél: a kisebb alapvonalaltól a nagyra** vagy szintén **megfordítva** történhetik, — öszvesen négy esetet kell megkülönböztetnünk.

Hogy továbbá az osztóvonalt a mezőn kitzűzhessük, a szelet magasságát s gyakran annak alapvonala — vagy a tulajdonképi osztóvonal — hosszát is meg kell határoznunk.

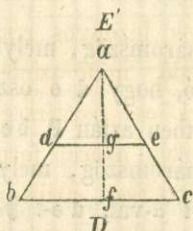
Általában véve tehát mindég két mennyiség az, melynek érté-

két szükség keresnünk és melyekből a többi még talán kívánt — vagy az osztó vonal biztosabb megállapítása végett szükséges mennyiségek is könnyen kihozhatók.

Vizsgáljuk tehát, hogy e két ismeretlen mennyiség minő értékei jöhetnek elő a fent érintett négy esetben.

I.

Fig. 1.



Legyen (Fig. 1.) $abc = F$ azon ábra, melyből bizonyos $ade = F_1$ terület a -tól D -felé oly formán elkülönítendő, hogy az osztóvonal $de = y$, $bo = a$ vonalhoz egyközű legyen. Jelöljük meg továbbá a nagyobb háromszög af magasságát h -val, a kisebbikét a g -t x -el. Minthogy $\triangle abc \sim \triangle ade$ -hez, a követ-

kező arányok állanak:

$$y : a = x : h \dots \dots \dots (1)$$

$$F_1 : F = xy : ah \dots \dots \dots (2)$$

az 1-sőből következik, hogy

$$y = \frac{a}{h} x \text{ és } x = \frac{h}{a} y,$$

a 2-ikből

$$xy = \frac{F_1}{F} ah;$$

ez utóbbi egyenletben előbb x -t, aztán y -helyett a fentebbi értékeket helyettesítvén, találjuk hogy

$$y^2 = a^2 \frac{F_1}{F}, \text{ és } x^2 = h^2 \frac{F_1}{F};$$

mely két egyenletből a szelet magassága s annak alapvonala következőleg fejezhető ki

$$n) \begin{cases} y = a \sqrt{\frac{F_1}{F}} \\ x = h \sqrt{\frac{F_1}{F}} \end{cases} \quad (II)$$

Ha F helyett a véle egyenértékű $\frac{\alpha h}{2}$ kifejezést teszszük úgy a képletet a következőleg is írhatjuk

$$y = \sqrt{2 F_1 \frac{\alpha}{h}}$$

$$x = \sqrt{2 F_1 \frac{h}{\alpha}}$$

II.

Az osztandó terület F , legyen ismét abc háromszög, melyből azomban F_1 terület f -től E -felé olyképen levágandó, hogy de osztóvonal ismét egyenközű legyen bc -hez, mely esetben aztán F_1 $bcde$ dűlénny leend. A fennmaradó ade terület ismét háromszög, mely a nagyobb abc -hez hasonló, s ha már most bc -t α -val, de -t y -al, a f -t h -val és gf -t x -el jelöljük meg, leend

$$y : \alpha = (h - x) : h \dots \dots \dots (1)$$

$$F_1 : F = x (\alpha + y) : \alpha h \dots \dots \dots (2)$$

az 1-sőből

$$y = \frac{\alpha}{h} (h - x) \text{ és } x = \frac{h}{\alpha} (\alpha - y)$$

$$\text{a 2-ikből } x (\alpha + y) = \alpha h \frac{F_1}{F};$$

ha pedig x és y helyett ismét fentebbi értéküket helyettesítjük akkor

$$y^2 = \alpha^2 \left(1 - \frac{F_1}{F} \right)$$

$$x^2 - 2 h x = - h^2 \frac{F_1}{F}$$

miből ismét:

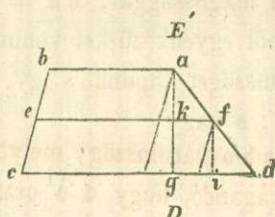
$$\text{II) } \begin{cases} y = \alpha \sqrt{1 - \frac{F_1}{F}} \\ x = h \left(1 - \sqrt{1 - \frac{F_1}{F}} \right) \end{cases}$$

Ugyan ez eredmény jön ki, ha $bcde = F_1$ terület helyett, a fennmaradt $ade = F - F_1$ a-ból ellenkező irányban, tehát f -felé

vágatik le s ennek következtében az I alatti képletben $F - F_1$ -et F_1 helyett és $h - x$ -et x helyett alkalmazzuk,

III.

Fig. 2.



Legyen F az $abcd$ dűlénny területe, melynek magossága $ag = h$, alsó alapvonal $od = \alpha$, a felső kisebbik pedig $ab = \beta$; $F_1 = abef$ terület vágassék a -tól D irányban s az osztóvonal ef legyen ab és od -vel egyenközű. F_1 ismét oly dűlénny, melynek magossága $ak = x$, alapvonal $ef = y$, s $ab = \beta$. Ha már most a -ból bo -hez egyenközűt vonunk, két egymáshoz hasonló háromszöget kapunk a következő viszonygyal

$$(y - \beta) : (\alpha - \beta) = x : h, \text{ vagy}$$

$$y - \beta = x \frac{\alpha - \beta}{h} \dots\dots\dots (1)$$

továbbá:

$$\frac{y + \beta}{2} \cdot x = F_1 \text{ vagy } y + \beta = \frac{2 F_1}{x} \dots\dots\dots (2)$$

ha az első a másodikkal sokszorozzuk $y^2 - \beta^2 = 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}$ vagy

$$\text{III) } \left\{ \begin{array}{l} y = \sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} \text{ s ha az 1) alatti } y\text{-t ez érték-} \\ \text{kel helyettesítjük akkor } x = \frac{h}{\alpha - \beta} \left(\sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} - \beta \right) \end{array} \right.$$

$$\text{akár } x = \frac{\beta h}{\alpha - \beta} \left(\sqrt{1 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{\beta^2 h}} - 1 \right)$$

a 2) sz. alattiból hasonlóképen található hogy

$$x = \frac{2 F_1}{\beta + \sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}}}$$

IV.

Legyen F terület ismét $abod$ dűlénny, (Fig. 2) hasonlóképen $ag = h$, $od = \alpha$ és $ab = \beta$; F_1 terület pedig g -től E irányban szintén úgy levágandó hogy ef osztóvonal ab és od -vel egyenközű legyen. Ez esetben F_1 , $od ef$ dűlénny $x = gk = if$ magossággal, $cd = \alpha$ alapvonalal $sef = y$. Ha a és f pontokból egyenközűeket vonunk bo -vel, ismét két egymáshoz hasonló háromszöget kapunk, s így

$$(\alpha - y) : (\alpha - \beta) = x : h \text{ vagy}$$

$$\alpha - y = x \cdot \frac{\alpha - \beta}{h} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{továbbá } \frac{\alpha + y}{2} \cdot x = F_1 \text{ vagy}$$

$$\alpha + y = \frac{2 F_1}{x} \dots \dots \dots (2)$$

az első a másodikkal sokszorozva adja $\alpha^2 - y^2 = 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}$ miből

$$IV) \begin{cases} y = \sqrt{\alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} \text{ következik, s ha az 1) sz. alatt } y \\ \text{helyett ez értéket teszszük } x = \frac{h}{\alpha - \beta} \left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} \right) \end{cases}$$

$$\text{vagy } x = \frac{\alpha \cdot h}{\alpha - \beta} \left(1 - \sqrt{1 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{\alpha^2 h}} \right)$$

hasonlóképen a 2-ik sz. alattiból

$$x = \frac{2 F_1}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}}}$$

Miként a második esetet az elsőre, épen úgy vezethetjük vissza a negyediket a harmadikra ha a levágandó F_1 terület helyett $F - F_1$ különbséget a -tól g irányban vágjuk le, s ennek következtében a III, képletben $F - F_1$ -et F_1 helyett, s $h - x$ -et x helyett alkalmazzuk.

Ha e képletben $\beta = 0$ tétetik, akkor az I) sz. alattiba megy át; tekintetbe véve tehát, hogy valamely háromszögre nézve $\beta = 0$ akkor mind a négy eset a III) sz. alatti képletben össze foglalható.

A fentebbi 4 képlet segélyével, a már kezdetben megjelölt eseteket feltéve, a térosztás bármily feladatait képesek vagyunk megoldani oly pontossággal, a minőt a mértani felvételek s azok rajzainak elkészítése megengednek.

A mi pedig azon hibát illeti, mely a körzőveli pontatlan mérésből eredhet, elég lesz megjegyeznünk, hogy x az y -al együttesen nő vagy kisebbedik; ha tehát y értékét túl nagyra számítjuk, akkor x is túl nagy lesz s következőleg a kívánt F_1 területnél nagyobbat különítünk el; y pedig miként az a III-ik szám alatti képletből mint a többiek helyettesítőjéből könnyen látható, akkor változik, ha e kifejezés: $2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}$, vagy mivel $2 F_1$ egy és ugyanazon esetben állandó, a hányados $\frac{\alpha - \beta}{h}$ változik. És ugyan y mindig annál nagyobb, minél nagyobbak méretik α és minél kisebbnek β és h ; mert: $\beta < 2 F_1$ lévén, β negatív különbségének négyzete a pozitív $2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}$ -hez képest elenyészik; továbbá: ha β és h egyszerre kisebb, vagy pedig h kisebb és α nagyobb. Ha h pontosan, α és β pedig ugyanazon mértékben hibásan mérettek, akkor ha mindkettő nagyobb, y is nagyobb, ha mindkettő kisebb, y is kisebb leend. Ha α , β és h a számításban egyenlő mértékben vétettek nagyobbak, akkor y igen kicsi lesz, míg ellenkező esetben ha mind háromnak értéke kisebbnek számított y igen nagy leend.

Egyébiránt a hiba (az elkülönítendő terület kívánt nagysága, s a valóságban elkülönített közti pozitív vagy negatív különbség) még némileg pongyola munkálatnál is alig haladja meg a kívánt terület 0,2 %-át miután az erdészetnél gyakorlatban lévő legkisebb mértéken is, α , β és h hosszának vételénél nem könnyen hibázunk a körzővel 1,0 ölnél többet.

Minthogy $h \cdot \frac{F_1}{F}$ meghatározásánál csak is az $\frac{F_1}{F}$ közti viszony forog kérdésben (miért F_1 és F nem területeknek hanem pusztá számoknak tekintendők) úgy e két mennyiség helyett, ha azok értékét nem lehetne elég könnyen a körzöbe fogni $\frac{F_1}{10}$ és $\frac{F}{10}$ vagy $\frac{F_1}{100}$ és $\frac{F}{100}$ s így tovább volnának felvihetők.

II.

A második esetben az I-sőhöz hasonló módon járhatni el, csak hogy itt F_1 helyett $F - F_1$ -et vesszük számításba, mely esetben aztán x keresett magosság nem $a d$ hanem $d f$.

III.

Ha a III. alatti egyenletet

$$y = \sqrt{\left(\beta^2 + 2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}\right)} \text{ vagy}$$

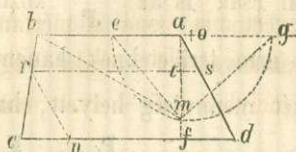
$y^2 = \beta^2 + 2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}$ közelebbi szemügyre vesszük, látni fogjuk hogy y egy épszőgű háromszög átfogóját képviseli, melynek befogói β és $\sqrt{2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}}$. Ha vesszük, hogy ez utóbbi kifejezés $\sqrt{2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}} = \xi$ akkor $y^2 = \beta^2 + \xi^2$; ha tehát ξ meg van határozva, akkor rajzilag y is könnyen szerkeszthető.

E kifejezés $\xi = \sqrt{2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}}$ vagy $\xi^2 = 2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}$ a következő arány alakjában is írható:

$$\frac{\alpha - \beta}{\xi} = \frac{\xi}{2 F_1}, \text{ melyben } \xi \text{ azon mértani középárányos } (\alpha - \beta)$$

és $\frac{2 F_1}{h}$ közt, mely rajzilag szerkeszthető. Ugyan is kiszámítjuk

Fig. 4.



$\frac{2 F_1}{h}$ értékét, ab vonalat (Fig. 4) meghosszabbítva, arra a -ból b -felé $\alpha - \beta$ különbséget, ellenkező irányban pedig $\frac{2 F_1}{h}$ felviszszük, eg felvitt vonalnak

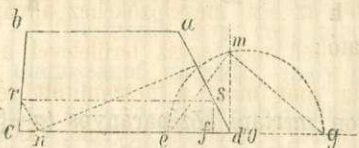
összegét felezve, avval vagy is oe sugárral az a -pontból állított függőleges magosságot metszük s , ekkor am vonal ξ keresett közép arányos $ae = \alpha - \beta$ és $ag = \frac{2 F_1}{h}$ közt. Ha már most m -t b -vel összekötjük, akkor ez összekötő vonal y átfogót ábrázolja, melynek a megfelelő befogók $ab = \beta$ és $am = \xi = \sqrt{\frac{2 F_1}{h}}$.

Hogy pedig x -et megtaláljuk, bm hosszát cd -re c vagy d -pontból felviszszük, erre n végponton át a dülény átelles oldalához egyközűt vonunk, és r metszési pontból egy második egyközűt cd -vel, mely utóbbi rs , y osztó vonalnak valódi helyzetét mutatja, h magosságot pedig t ponton vágva $x = at$ adja.

IV.

A IV. képletben $y = \sqrt{\alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}}$ egyenlet vagy is $y^2 = \alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}$ ismét egy épszögű háromszöget jelöl, hanem ennél y és $2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}$ a befogók, míg α az átfogó. Tegyük ismét, hogy $2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h} = \xi^2$, akkor ξ ismét az $(\alpha - \beta)$

Fig. 5.



és $\frac{2 F_1}{h}$ közti mértani közép arányos, mely úgy szerkeszthető mint a III. szám alatti, midőn d -pontból (Fig. 5) c -felé $\alpha - \beta = de$ különbséget, ellenkező irányban $\frac{2 F_1}{h} = dg$ felviszszük, eg össze-

gét felezzük s evvel vagy is $o o$ sugárral o -ból a d -pontra állított függélyest m ponton vágjuk, s az így nyert $d m$ vonal a mértani közép arányos. Ha már most m -ből α hosszával $o d$ vonalat vágjuk, $m n d$ épszögű háromszöget nyerjük, melyben $n d^2 = \alpha^2 - m d^2$ vagy $y^2 = \alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}$. Vegül ha n ponton át $a d$ -hez és r -en át $o d$ -hez egyenközűeket huzunk, akkor utóbbi $r s$ a keresett osztóvonal, $s f$ magosságs pedig szintén a keresett x távolság.

Ugyan ez eredményhez juthatni, ha a III. alatti eljárást követve abban F_1 helyett $F - F_1$ különbséget teszszük s tekintetbe veszszük, hogy az ott kijövő x itt $h - x$, az az x kiegészítő része h -nak.

Ezen rajzmódszer útján található eredmény pontossága, nem csak attól függ, hogy az egyes vonalak a körzövel mily pontosan mérettek, hanem még a rajzszerkesztés kivitelének pontosságától, különösen pedig a használandó háromszög vonalzóépségétől.

A téroosztás e neménél a gyakorlati eljárás következő:

Mindenekelőtt azon oldal végpontján kezdve, mely felé az elkülönítendő rész esik, az osztandó terület egész széleségén át annak minden szögpontjából egyenközűeket huzunk azon vonalhoz, melyhez az osztó vonalnak is egyenközűnek kell lenni. Ez eljárás folytán az egész terület résziint háromszögek — résziint pedig dülényekre osztatik.

Ezek térnagyságát egyenként kiszámítjuk, a másodiknak összegét az elsőhöz s minden következőt az ezt megelőzőkéhez adván látni fogjuk, hogy melyik részecskét kell még egész területével az elkülönítendő szelethez számítani. Ha már most a beszámított részecskék térszege, az elkülönítendő térség területével egyenlő, ekkor az osztás bevezettnék tekinthető, és az utoljára beszámított rész határvonala, egyszersmind osztó vonal is. Ha pedig az összeadott

$a b_1 = 152^\circ = h$; mely képlet szerint tehát az osztóvonal

$$y = a \sqrt{\frac{F_1}{F}} = 170 \sqrt{\frac{11200}{12920}} = 170 \sqrt{0,133127} = 158,3^\circ$$

$$a \text{ távolság } a \dots x = h \sqrt{\frac{F_1}{F}} = 152 \sqrt{\frac{11200}{12920}} = 141,5^\circ.$$

Ha y és x -et rajzilag akarjuk meghatározni akkor az I alatt megjelölt mód szerint járunk el. Segélyvonalat húzunk a -ból vagy pedig mint ilyet használjuk $a b$ -t, (Fig. 6) erre ezen arányt szerkesztjük $\frac{F_1}{F} = \frac{11200}{12920}$ vagy $\frac{112}{129,2}$ (midőn egyszer a -ból $a n = 129,2^\circ$ s ugyan azon pontból másodszor $a p = 112^\circ$ felviszszük); azután p -pontból az összekötő $n b_1$ vonalhoz egyenközüen metszük $b_1 a$ magosságot, s a metszés-pontban függélyest állitunk, $a b_1$ magosságot felezzük, s o felezési pontból mint sugárral $\frac{a b_1}{2} = o b$ -vel a függélyest t pontban metszük; $a t$ összekötő vonal már most x keresett magosságot adja. Ha tehát a -ból $a t$ -ét $a b$ -ére felviszszük és r metszéspontról $b_1 b$ -hez egyközüt vonunk, $y = r, r$ osztóvonalat nyerjük.

2) Ugyancsak $a b o d e$ kerületből (Fig. 6) $o d$ oldalról a -felé legyen 6 hold és $1356 \square^\circ$ úgy elkülönítendő, hogy az osztó vonal $d e$ -hez egyközű legyen.

Miután az előbbi eljárás szerint b és o pontokból $d e$ -hez egyközűeket vontunk, a terület három részecskére oszlik, melyek alapvonalai és magosságai következők:

$$d e = 190^\circ \quad o o_1 = 26^\circ$$

$$o o_1 = 182^\circ \quad o_1 b_1 = 25^\circ$$

$$b b_1 = 170^\circ \quad b_1 a = 152^\circ$$

$$\text{tehát } d e o_1 o = \frac{190 + 182}{2} \times 26 = 4836 \square^\circ$$

$$o_1 b_1 b o = \frac{182 + 170}{2} \times 25 = 4400 \text{ „}$$

$$\text{összesesen} \dots\dots 9236 \square^\circ$$

az öt megelőzőkéhez adva, látni fogjuk, hogy még melyik esik egészen az elkülönítendő területbe.

Az alapvonalak és magasságok mértéke következő:

$$\begin{array}{ll} b b_1 = 44^0 & a b_1 = 20^0 \\ o o_1 = 79,5^0 & b o_1 = 37,5^0 \\ d d_1 = 163^0 & o d_1 = 49,5^0 \\ e o_1 = 146^0 & d o_1 = 73^0 \\ f f_1 = 183^0 & o f_1 = 58^0 \end{array}$$

ezen szerént az egyes részecskékre következő területek esnek:

$$1 \text{ Parc. } a b b_1 = \frac{b b_1 \times a b_1}{2} = \frac{44 \times 20}{2} = 440 \square^0$$

$$2 \text{ „ } b b_1 o_1 o = \frac{b b_1 + o o_1}{2} \times b o_1 = \frac{44 + 79,5}{2} \times 37,5 = 2315,6 \text{ „}$$

$$3 \text{ „ } o o_1 d_1 d = \frac{o o_1 + d d_1}{2} \times d o_1 = \frac{79,5 + 163}{2} \times 49,5 = 6001,9 \text{ „}$$

$$4 \text{ „ } d d_1 o_1 o = \frac{d d_1 + o o_1}{2} \times d o_1 = \frac{163 + 146}{2} \times 73 = 11278,5 \text{ „ } 19596 \square^0$$

$$5 \text{ „ } o o_1 f_1 f = \frac{o o_1 + f f_1}{2} \times o f_1 = \frac{146 + 183}{2} \times 58 = 9541,0 \text{ „}$$

Ha az 1, 2, 3 és 4 sz. alatti részecskéket összeadjuk, leend azok összes területe $19596 \square^0$ s így a kívánt 16 hold — vagyis $25600 \square$ ölből még $6004 \square^0$ hiányzik. Az 5 sz. alatti részecske területe pedig $9541 \square^0$, tehát a $6004 \square^0$ terület ebből kihasítandó, még pedig a 4 sz. alatti részecske határhosszában. A dülény helyzeténél fogva a III. alatti képletet alkalmazzuk és így $F = o o_1 f_1 f = 9541 \square^0$, $F_1 = 6004 \square^0$, $\alpha = f f_1 = 183^0$, $\beta = o o_1 = 146^0$. Ugyan az elébb megnevezett képlet szerint az osztóvonal

$$y = \sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}} = \sqrt{146^2 + 2 \times 6004 \cdot \frac{183 - 146}{58}} =$$

$$= \sqrt{21316 + 7660,3} = 170,2 \text{ és ennek } o \text{-től távolsága}$$

$$x = \frac{h}{\alpha - \beta} \left(\sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \cdot \frac{\alpha - \beta}{h}} - \beta \right) =$$

$$= \frac{58}{183 - 146} \left(\sqrt{146^2 + 2 \times 6004 \times \frac{183 - 146}{58}} - 146 \right) =$$

$$= 1,57 (170,2 - 146) = 38^0.$$

A rajzmódszernél az elébbi eljárást követjük egészen addig míg a $6004 \square^0$ területnek ee, f, f dűlénnyből elkülönítésére kerül a sor. Hogy a $6004 \square^0$ elkülöníthessük, meghosszabbítjuk ee vonalat (Fig. 7) mindkét oldalról, azután e pontból az egyik oldalra felteszszük $\alpha - \beta = ff - ee = 183 - 146 = 37^0$, a másikra pedig $\frac{2 F_1}{h} = \frac{2 \times 6004}{58} = 207,03 \square^0$ terület. Erre a felvitt p, p vonal összegét felezzük, op sugárral pedig o felezési pontból e, h magosságot metszük, mire et összekötő vonal a keresett y osztó vonalat adja.

Hogy most valódi helyzetébe hozhassuk, vigyük föl f pontból ff -re, n végpontból pedig az átellenben fekvő ef dűlénny oldalal egyközűen metszük ef magosságot és r metszési ponton át huzzunk ee -hez egyenközűt; r, r ekkor az osztó vonal valódi helyzete, és r, e annak keresett x távolsága e ponttól.

4. Legyen ismét $abcde fgh$ kerületből (Fig. 7) d -től gh irányban 10 hold úgy elvágandó, hogy az osztóvonal gh -hoz egyközű legyen.

Tehát b, c, d, e s. t. b. pontokból gh -hoz egyközűeket huzzunk, erre az ekként keletkezett részecskék alapvonalait és magosságait mérván, megint azok területeit számítjuk ki.

Igy találjuk, hogy az alapvonalak $bb_1 = 44^0$; $oo_1 = 79,5^0$; $dd_1 = 163^0$; $ee_1 = 146^0$ s a. t. a magosságok $ab_1 = 20^0$; $b_1o_1 = 37,5^0$; $o_1d_1 = 49,5^0$; $d_1e_1 = 73^0$ s a. t. ezekből a részecskék területe:

$$1. abb_1 = \frac{bb_1 \times ab_1}{2} = \frac{44 \times 20}{2} = 440 \square^0$$

$$2. bb_1o_1 = \frac{bb_1 + oo_1}{2} \times b_1o_1 = \frac{44 + 79,5}{2} \times 37,5 = 2315,6 "$$

$$3. oo_1d_1 = \frac{oo_1 + dd_1}{2} \times o_1d_1 = \frac{79,5 + 163}{2} \times 49,5 = 6001,9 "$$

ezek összege..... $8757,5 \square^0$

$$4. dd_1e_1 = \frac{dd_1 + ee_1}{2} \times d_1e_1 = \frac{163 + 146}{2} \times 73 = 11278,5 \square^0$$

Ha az 1, 2 és 3 sz. alatti részecskéket összeadjuk, látni fogjuk, hogy a harmadik még egészen a kivágandó területbe esik, míg a 4-ik ($11278,5 \square^0$) nagyobb mint a mennyi még a három elsőnek összegéhez ($8757,5 \square^0$) szükségeltetik, hogy az a kihasítandó területet 10 holdra vagy is 16000 $\square$ öltre egészítse ki. Tehát a még hiányzó területnek $F_1 = 7242,5 \square^0$, $d d_1 e e_1 = F = 11278,5 \square^0$ dülényből kell kihasítatni. Mivel e kihasítandó rész a 3-ik részecske szélteben, tehát a dülény nagyobbik alapvonala mellett leend, így a IV. képletet alkalmazzuk. És most $\alpha = d d_1 = 163^\circ$ $\beta = e e_1 = 146^\circ$, $h = d_1 e_1 = 73^\circ$ s ugyancsak e képlet szerint az osztóvonal

$$y = \sqrt{\alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} = \sqrt{163^2 - 2 \times 7242,5 \times \frac{163 - 146}{73}} = \\ = \sqrt{26569 - 3373,2} = 152,3$$

és ezek távolsága 1, -től

$$x = \frac{h}{\alpha - \beta} \left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} \right) = \\ = \frac{73}{163 - 146} \left(163 - \sqrt{163^2 - 2 \times 7242,5 \times \frac{163 - 146}{73}} \right) = \\ = 4,3 (163 - 152,3) = 46^\circ.$$

Ha az osztóvonalat rajzilag kell meghatároznunk, akkor előbb ugyanazon eljárást követjük, melyet a számokkali megoldásnál és csak a még hiányzó $F_1 = 7242,5 \square^0$ részlet $d d_1 e e_1 = F = 11278,5$ dülényből szerkesztetik rajzilag. E célra $d d_1$ vonalat (Fig. 7) mind két oldalról meghosszabítjuk $s d_1$ pontból egyik oldalra $\alpha - \beta = d d_1 - e e_1 = 163 - 146 = 17^\circ$ az átellenben lévőre pedig $\frac{2 F_1}{h} = \frac{2 \times 7242,5}{73} = 198,42^\circ$ visszük fel, azután a mindkét oldalról felvitt vonalak összegét felezzük és o_1 felezési pontból $o_1 s = o_1 s_1$ sugárral a d_1 pontba állított $d_1 e_1$ függélyest (mely itt is mint a három előbbi példában a h határvonalba esik) metszük. A t_1 metszéspontból ismét $d d_1 = \alpha$ hosszával mint sugárral $s s_1$ vonalat s_1 irányban metszük; $d_1 n_1$ levágott rész pedig a keresett osztóvonal hosszát adja, melyet úgy hozhatunk valódi helyzetébe,

ha n_1 -ből az átellenben fekvő $d_1 e_1$ dűlénnyel egyenközűen $d e$ oldalt metszük, és ezen m metszési pontból $d d_1$ -hez egyenközűt vonunk, $m m_1$ most a valódi helyzetben lévő y ; és $m_1 d_1$ annak d_1 pont-tól függélyes x távolsága.

Hogy a számolás útján nyert x és y pontosságát megvizsgálhassuk, nem kell egyéb, minthogy az így elvágott területet kiszámítsuk, s azt azon területtel hasonlítsuk össze mely kihasítandó volt. Így az 1-ső példában

$$F_1 = \frac{x y}{2} = \frac{141,5 \times 158,3}{2} = 11199,725 \square^0 \text{ a kívánt } F_1 = 11200 \square^0 \text{ terület helyett, következésképp a különbség } - 0,275 \square^0;$$

a másodikban

$$F_1 = \frac{\alpha + y}{2} x = \frac{170 + 158,3}{2} \times 10,5 = 1723,575 \text{ a kívánt } F_1 = 1720 \text{ helyett; tehát a különbség } + 3,575 \square^0;$$

a harmadikban

$$F_1 = \frac{\beta + y}{2} x = \frac{146 + 170,2}{2} \times 38 = 6007,8 \square^0 \text{ a kívánt } F_1 = 6004 \square^0 \text{ helyett; és így a különbség } + 3,8 \square^0;$$

a negyedikben

$$F_1 = \frac{\alpha + y}{2} x = \frac{163 + 152,3}{2} \times 46 = 7251,9 \square^0 \text{ a kívánt } F_1 = 7242,5 \text{ helyett, miért a különbség } + 9,4 \square^0.$$

E különbségek onnan vannak, hogy a felvett példákban az x és y értéke csak is *egy* tizedesre számított ki; de könnyen látható, hogy több tizedesek kiszámításával egész annyira megközelíthető a pontosság mennyire a cél kívánja.

Hasonló módon történik x és y értéke pontosságának vizsgálása a rajzmódszernél, ugyan is az akként nyert vonalakat körzővel megmérvén kiszámítjuk F_1 területet és összehasonlítjuk azzal, mely kihasítandó volt. — A különbség annál nagyobb minél kevésbé pontosan vannak a függélyes vonalak és átmetszési pontok szerkesztve, ezért ajánlatos ez eljárásnál, miként fennebb is említők, mi-

nél jobb háromszög vonalzók alkalmazása s a segély vonalak lehető legpontosb szerkesztése.

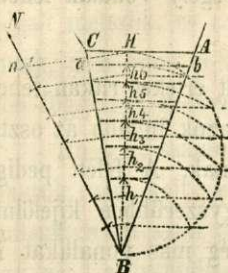
Egyébiránt az x és y fenebbi módon talált értéket ritkán lehet közvetlenül a természetbeni letűzésre használni; azok inkább az osztó vonalnak a térképen való megjelölésére szolgálnak. A felett pedig, hogy miként lehessen azt a természetben legegyszerűbben kijelölni, helyi viszonyok döntenek. Rendszerint pedig még más vonalakat is kell megmérnünk, melyeket előbb a természetben kijelölvén, csak is azután határozhatjuk meg az osztó vonalat. Így az első példában (Fig. 6) $x = a, r_1$ közvetlenül az osztó vonal kitűzésére szolgálhat, midőn azt a -ból kitűzve, r_1 -pontra függélyest állítunk, mely a keresett osztó vonalat adja; a második példában pedig (Fig. 6) $x = b, r_1$ -hez még b, o_1 és o, e magasságokat kell hogy adjuk, és ez összeget e -ből a -felé lekell tűznünk hogy r_1 pontot a természetben kijelölhessük. Épen úgy a harmadik példában (Fig. 7) r_1 csak is $x = r, o_1 + e, d_1 + d, o_1 + o, b_1 + b, a$ és a 4-ik példában m_1 szintén $x = m, d_1 + d, o_1 + o, b_1 + b, a$ magasság összegek átvitele után határozhatók meg a természetben.

Miután az osztó vonal a mezőn ki van tűzve, ellenőrzés kedvéért még vagy ezt magát, vagy a végpontjai és a legközelebb eső szilárd pontok közti távolságot mérhetjük meg lánczczal s így a térképen már meghatározott hasonnemű vonal mértékével hasonlíthatjuk össze.

Az elől közlött eljárás változatlan marad akkor is, midőn valamely kérdéses terület több kisebb részre osztandó. De ha az egyes osztály térek egymáshoz egyenlők vagy oly kicsinyek hogy egy részecskéből több is kitelik, akkor a fenttirt képletek valamivel még egyszerűsíthetők. Volna például valamely terület (Fig. 8) holdakra

osztandó, melyben $A B C$ részecske $\frac{A C \times B H}{2} = \frac{108 \times 200}{2}$
 $= 6\%$ holdat tenne, ekkor előbb a 6 holdat vágjuk ki egy tagban, midőn az I) alatti képletben F helyett $A B C = 6\%$ hold $= 10800$

Fig. 8.



$\square^0$ háromszög területét, F_1 helyett az elkülönítendő 6 hold = 9600 $\square$ ölet, α helyett $AC = 108^0$ alapvonalat és h helyett $BH = 200^0$ magosságot vesszük számításba, mely szerint aztán az osztóvonal $y = \alpha \sqrt{\frac{F_1}{F}} = 108$

$$\sqrt{\frac{9600}{10800}} = 101,8^0 \text{ és az elkülönített } a b$$

$$B\text{-nek } h_6 \text{ magossága vagyis } x = h \sqrt{\frac{F_1}{F}} = 200 \sqrt{\frac{9600}{10800}} = 188,6^0.$$

Most még $a b B$ háromszöget 6 egyenlő részre kell osztani, minél hogy az egyes osztó vonalakat meghatározhassuk, $a b B = F = \frac{\alpha h}{2} = \frac{101,8 \times 188,6}{2} = 9600 \square^0$ háromszögből előbb $F_1 = 1$ azután $F_2 = 2$, s így tovább, végre $F_5 = 5$ hold levágandó; e szerint pedig az I sz. alatti képlet következőleg módosíttatik.

A kihasítandó rész és az egész terület közti viszony következő

$$F_1 : F_2 : F_3 : F_4 : F_5 : F = 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6$$

vagy általában

$F_v : F = v : n$, melyben v a levágandó területbe eső részek számát, n pedig az összes részekét jelenti. E szerint

$$F_v = \frac{F \times v}{n} \text{ és } y_v = \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \sqrt{v}; x_v = \frac{h}{\sqrt{n}} \sqrt{v}$$

$$\text{A fenebbi 5 elkülönítendő részre nézve } \frac{h}{\sqrt{n}} = \frac{188,6}{\sqrt{6}} = 77,011 \text{ és } \frac{\alpha}{\sqrt{n}} = \frac{101,8}{\sqrt{6}} = 41,568 \text{ — csak egyszer kell ki-}$$

számítanunk és azután $\sqrt{1}; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{4}; \sqrt{5}$ -el sokszoroznunk, hogy $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, (h_1, h_2, h_3, h_4, h_5$ függélyes távolságokat B -től számítva) és y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 osztóvonalokat meghatározhassuk. Melyek szerint

$$x_1 = 77,011 \sqrt{1} = 77,011^0$$

$$x_2 = 77,011 \sqrt{2} = 108,893^0$$

$$x_3 = 77,011 \sqrt{3} = 133,383^0$$

$$x_4 = 77,011 \sqrt{4} = 154,022^0$$

$$x_5 = 77,011 \sqrt{5} = 172,197^0 \text{ és}$$

$$y_1 = 41,568 \sqrt{1} = 41,568^0$$

$$y_2 = 41,568 \sqrt{2} = 58,777^0$$

$$y_3 = 41,568 \sqrt{3} = 71,996^0$$

$$y_4 = 41,568 \sqrt{4} = 83,136^0$$

$$y_5 = 41,568 \sqrt{5} = 92,946^0.$$

Hasonló esetben ugyan e módon változik a II. alatti képlet:

$$x_v = h \left(1 - \sqrt{\frac{1}{n}} \sqrt{(n-v)} \right)$$

$$y_v = \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \sqrt{(n-v)-re}$$

a III-ik

$$x_v = \frac{\beta h}{\alpha - \beta} \left[\sqrt{\frac{1}{n}} \sqrt{\left(n-v \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right) \right)} - 1 \right]$$

$$y_v = \frac{\beta}{\sqrt{n}} \sqrt{\left(n-v \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right) \right)}$$

IV-ik

$$x_v = \frac{\alpha h}{\alpha - \beta} \left[1 - \sqrt{\frac{1}{n}} \sqrt{\left(n-v \left(1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) \right)} \right]$$

$$y_v = \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \sqrt{\left(n-v \left(1 - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) \right)}$$

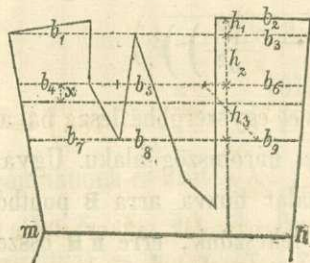
Épen így a rajzmódszer is valamivel egyszerűbbé lesz, ha az egyenlő kisebb részekre beosztandó terület háromszög alakú. Ugyan is az előbbi példában (Fig. 8) **BN** vonalat húzva arra **B** pontból egy tetszés szerinti mértéket 6 és $\frac{3}{4}$ -szer felteszünk, erre **nH** összekötő vonallal egyenközién a 6 pontból **BH** magosságot metszük, a metszéspontokban **H** **B**-re függélyeseket állítunk s ezeket **BH** magos-

ság felezési pontjából $\frac{B H}{2}$ mint sugárral egyszerre átmetszük. Ezen utóbbi metszéspontok és **B** pont közti összekötő vonalak adják a keresett h_1, h_2 s i. t. távolságokat.

Ha pedig a béosztandó terület dülény alakú, akkor a lehető egyszerűsítés csak is abból áll, hogy $\frac{2 F_1}{h}$ egyszer kiszámítandó és azután a következő területek levágásánál 2-szer, 3-szor s. i. t. ugyan azon alapvonalra felviendő.

Még egy esetet említünk, mely első tekintetre a megoldást (különösen a rajzi-eljárásnál) nehezíteni látszik. Néha megesik, hogy az osztó vonalnak a határszélek egy vagy több ki- és bekanyarulatain kell átvitetni; ez esetben az ugyan azon részecskéhez tartozó és kanyarulatok által szaggatott részeket (melyeknek a fennebbi eljárás szerint ugyanazon magosságuk és tőrösszegük van azaz az egész parcella területe $= \frac{h}{2} (\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \beta + \beta_1 + \beta_2 + \dots)$) egymás mellett fekvőknek gondoljuk és ennek folytán a képletben α helyett az ugyanazon magosságban fekvő alapvonalak $\alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots$ és β helyett $\beta + \beta_1 + \beta_2 + \dots$ összeget alkalmazzuk; ekkor **x** és **y** az előbbihez hasonló módon számíthatnak ki. A rajz-eljárásnál az elszórva fekvő részeket előbb egymás mellé kell rajzolnunk, s csak azután a fennebbi eljárást követnünk.

Fig. 9.



Legyen például az itteni ábrán (Fig. 9) látható három kiálló részből **m n** irányban 10 hold úgy elkülönítendő, hogy az osztóvonal mind három részen át **m n**-el egyenközüen, ugyancsak attól egyenlő függélyes távolságban menjen át. Ez esetben is a szögpontokból **m n**-el egyenközüket vonunk és az így keletkező részecskéket kiszámítjuk.

$$\text{Az 1-ső} = \frac{h_1}{2} (b_1 + b_2 + b_3) = \frac{14}{2} (84 + 95 + 94) = 1911 \square^0$$

$$\text{a 2-ik} = \frac{h_2}{2} (b_1 + b_4 + b_5 + b_3 + b_6) = \frac{52}{2} (84 + 74 + 24 + 94 + 88) = 9464 \square^0$$

$$\text{3-ik} = \frac{h_3}{2} (b_1 + b_7 + b_5 + b_8 + b_6 + b_9) = \frac{54}{2} (74 + 95 + 24 + 54 + 88 + 85) = 11340 \square^0.$$

Az első és második szám alatti részecske összege $= 11375 \square^0$ s így hiányzik még $4625 \square^0$; a 3-ik részecske pedig már ennél nagyobb, miért az osztóvonal belé esik. Ha már most annak 3 dülényét egymásmellett lenni gondoljuk, így egy újabb dülény keletkezik, de a melynek kisebbik alapvonala a levágandó területbe esik; miért tehát a III) képlet jön alkalmazásba.

$$F = 11340 \square^0; F_1 = 4625 \square^0$$

$$\alpha = b_7 + b_8 + b_9 = 95 + 54 + 85 = 234^0$$

$$\beta = b_4 + b_5 + b_6 = 74 + 24 + 88 = 186^0$$

$$h = h_3 = 54^0.$$

Ha ez értékeket a III. képletbe helyettesítjük, az osztó vonal hosszát nyerjük; (az egyes b_4 , b_5 és b_6 -tól egyenlő függélyes távolságban fekvő részek összegét.)

$$y = \sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} = \sqrt{186^2 + 2 \times 4625 \frac{234 - 186}{54}}$$

$$= \sqrt{34596 + 8222,22} = 206,9$$

melynek b_4 , b_5 és b_6 -toli függélyes távolsága

$$x = \frac{h}{\alpha - \beta} \left(\sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} - \beta \right)$$

$$= \frac{54}{234 - 186} \left(\sqrt{186^2 + 2 \times 4625 \frac{234 - 186}{54}} - 186 \right) =$$

$$= 1,125 (206,9 - 186) = 23,5 \dots$$

Ha x és y rajzilag volnának meghatározandók, akkor előbb a 3-ik parcella 3 dülényét valóban egymás mellé kellene helyeznünk, azaz egy újabb dülényt ugyanazon $h = h_3$ magossággal és $\alpha =$

$= b_7 + b_8 + b_9$ és $\beta = b_4 + b_5 + b_6$ szerkesztenünk, s még azután ebből, miként a 3-ik példában, a hiányzó $\square^0$ -et levágunk.

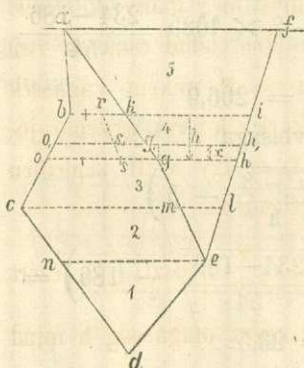
Ugyan e módon lenne α (az osztóvonal b_4, b_5, b_6 -toli távolsága) és γ (az osztóvonal azon részeinek összege mely a kanyarulatok határai közé esik) ép. oly egyszerű eljárással mint a térképen meghatározható.

A közlöttekben eddig mindenütt fel volt téve, hogy az elosztandó terület talaja egyenlő jóságú; ha ez eset nem áll, akkor kell hogy kijelölve legyenek a különböző termőképességek közti határvonalak, mint szintén adva a jóságosztályzatok viszonya.

Ezeket feltéve a fenebbi eljárást követjük; az osztóvonal adott irányához minden pontból egyenközü vonalakat húzunk, s a keletkezett részeknek területét kiszámítjuk; megjegyzendő lévén, hogy minden területet a kihasítandó terület jóságára vivén, az a szerint jön számításba.

A területeknek a megfelelő jóság osztályzatra hozatala, a következő ismeretes módon történik: valamely $\mathbb{M} \square^0$ álló II. osztály-

Fig. 10.



zathoz tartozó terület $= \frac{\mathbb{M}}{n} \square^0$ ölből álló

I. osztálybelivel; ha az adott viszony következő: $1 \square^0$ I. osztálybeli jóságú: $1 \square^0$ II. osztályhoz $= 1 : n$. — Az osztóvonalak mikénti meghatározását a következő példa teszi láthatóvá:

Az elosztandó terület (Fig. 10) $abode f$ álljon 2 osztályzathoz; az egyik $age f$ tartozék az I. osztálybelihez, $abode g$ pedig a második osztálybelihez; a két osztályzat közti viszony legyen következő $I : II = 1 : 3$ (azaz $: 3 \square^0$ II. osztálybeli $= 1 \square^0$ első osztálybelivel.)

Az egész területből legyen 6 I. jóságú hold = $9600 \square^0$ úgy kihasítandó, hogy a határvonal a f-el egyenközü legyen.

Minden pontból egyközűeket vonva a f-el az 1, 2 3, 4 5 szám alatti részecskék keletkeznek. Ezekből az 1-ső egészen, a másodikból **c n e m** rész, a 3-ikból **o c m g**, a 4-ikből **b o g k** és az 5-ből **a b k** II. osztályzati jóságú, miért is az I-re visszaviendők.

Vegyük fel, hogy számolás utján az egyes részecskék következő területeit kaptuk volna :

$$1. \dots\dots\dots(\text{nde}) 7050 \square^0 \text{ II. oszt. } \left(\frac{7050}{3} = 2350 \square^0 \text{ I. oszt. } \right) = 2350 \square^0 \text{ I.}$$

$$2. (\text{omen}) 1092 \square^0 \text{ I.} + (\text{mlo}) 4264 \square^0 \quad ,, \quad \left(\frac{4264}{3} = 1421 \quad ,, \quad \right) = 2513 \quad ,,$$

$$3. (\text{o cm g}) 2050 \quad ,, \quad (\text{g m l h}) 2875 \quad ,, \quad \left(\frac{2875}{3} = 958 \quad ,, \quad \right) = 3008 \quad ,,$$

$$\text{Összeg} \quad . 3142 \square^0 \quad ,, \quad 14189 \square^0 \quad ,, \quad \left(\frac{14189}{3} = 4729 \square^0 \text{ I. oszt. } \right) = 7871 \square^0$$

$$4. (\text{b o g k}) 2925 \quad ,, \quad (\text{k g h i}) 1215 \quad ,, \quad \left(\frac{1215}{3} = 405 \quad ,, \quad \right) = 3330 \quad ,,$$

Ha az 1, 2 és 3 alattiakat összeadjuk, leend azok területének összege $7871 \square^0$ I. osztálybeli, következőleg hiányzik még ugyan ily osztálybeli $1729 \square^0$, hogy a kihasítandó $9600 \square^0$ -et egészen nyerhessük. A következő 4-ik részecske összege pedig $3330 \square^0$ az 1-ső osztályzatból, és így több mint a mennyi még hiányzik. Ezért az osztóvonalnak **b i** és **o h** közé kell esni. Most tehát csak az van függőben, hogy a kívánt $1729 \square^0$ I. oszt. = F_1 miként vágassék ki **b o h i** = F dőlényből. Ha **b o g k** terület **k g h i**-vel egyenlő jóságú volna, akkor egyszerűen $F_1 = f + f_1$ és így a III. képletben $\alpha + \alpha$ -át α helyett és $\beta + \beta$ -át β helyett tehetnénk.

Minthogy $f \square$ ölemben kifejezve itt csak $\frac{F}{3}$ I. oszt. $\square^0$, ezért $F_1 = \frac{F}{3} + f$ kell venni. És mivel mind az egész magasság **h** mind pedig a keresett **x** is mindkét részen **f** és f_1 , ugyanannak kell maradni, és így ha $f, \frac{f}{3}$ -ba megy át, $\alpha + \beta$ -nak is $\frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{3}$ -má

kell változni, mely eset folytán a III. képletbe mindenütt $\frac{\alpha}{3} + \alpha_1$, α helyett, és $\frac{\beta}{3} + \beta_1$, β -helyett veendők.

E szerint a jelen példában ha $\beta = \text{og} = 115^\circ$, $\beta_1 = \text{gh} = 82^\circ$, $\alpha = \text{bk} = 54^\circ$, $\alpha_1 = \text{ki} = 130^\circ$ és h magasságot 45° mértük: $\frac{\alpha}{3} + \alpha_1 = \frac{54}{3} + 130 = 148^\circ$, α helyett és $\frac{\beta}{3} + \beta_1 = \frac{115}{3} + 82 = 121,3^\circ$ -t. β helyett vesszük; és ekkor az osztóvonal hossza az I-ső osztályra vitt szelet határán belül —

$$y = s, h_1 = \sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} =$$

$$= \sqrt{121,3^2 + 2 \times 1729 \frac{148 - 121,3}{45}} = 129,5 \text{ (melyet meg 0,1-g}$$

meg kell hosszabitanunk) és ugyanannak g-töli függélyes távolsága:

$$x = \frac{h}{\alpha - \beta} \left(\sqrt{\beta^2 + 2 F_1 \frac{\alpha - \beta}{h}} - \beta \right)$$

$$= \frac{45}{148 - 121,3} (129,5 - 121,3) = 13,8.$$

Hogy itt $\frac{\alpha}{3} + \alpha_1$ -t α helyett és $\frac{\beta}{3} + \beta_1$ -t β helyett kell számításba venni, az az ábráról is látható; mert ha **bo g k** dülénben **bk** ($= \alpha$) és **og** ($= \beta$) három részre osztjuk és **r**-t **s**-el összekötjük, akkor **r s g k** terület $= \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{3} \right) \frac{h}{2} = \frac{1}{3} (\alpha + \beta) \cdot \frac{h}{2}$. azaz: **bo g k** területnek $\frac{1}{3}$ -da. Ha pedig ez utóbbit I. osztályuval akarjuk kifejezni, akkor **bo g k** helyett **r s g k**-t kell vennünk és **bo h i** részecske I. osztályuval kifejezve $= \text{r s h i}$ dülénnyel. Ebből azonban F_1 hiányzó részt az előbbi módon különítjük el, midőn a III. alatti képletben **sg** + **gh** oldalak $= \frac{\beta}{3} + \beta_1$ helyett β -át és **rk** + **ki** $= \frac{\alpha}{3} + \alpha_1$ helyett α -át alkalmazzuk. Mivel **rs** vonal

y -t úgy metszi, hogy $s_1 g_1 = \frac{y}{3}$ lesz, így $s_1 s_2 g_2 = o_1 o_2 g_2$

$\frac{1}{3}$ -dával vagy $\frac{F}{3}$ -al, azaz $o_1 o_2 h_1$ terület I. osztályúval kifejezve

$= s_1 s_2 h_1$ területtel, s így $o_1 h_1$ a keresett osztóvonalat képezi.

Ha x és y -t rajzilag akarjuk meghatározni, akkor $r s h i$ dűlényt (melynek területe, miként fennebb kiviláglott, épen annyi $\square^0$, mennyit $b o h i$ részecske az I. osztályban tesz) kell vennünk, s ebből a hiányzó 1729 $\square$ ölet ugyanazon módon miként a 3-ik példában kihasítanunk, mi által x és y osztó vonalnak $s_1 h_1$ része talál-tatik; ezután $s_1 h_1$ -t csak is 0-ig kell meghosszabítanunk, hogy y egész hosszát nyerhessük.

Ha tehát általában véve azon részecske, melybe az osztóvonal esik, egyes A, B, C részeiben különböző minőségű és a minőségi osztályzatok viszonya (ha $N = a$ kivágandó terület mértéke $= 1$) következő:

$$N : A : B : C : \dots = 1 : n : n_1 : n_2 : \dots$$

akkor a fennebb levezetett képletekben

$$\alpha \text{ helyett csak is } \frac{\alpha}{n} + \frac{\alpha_1}{n_1} + \frac{\alpha_2}{n_2} + \dots$$

$$\beta \text{ helyett } \frac{\beta}{n} + \frac{\beta_1}{n_1} + \frac{\beta_2}{n_2} + \dots$$

kell tennünk, és a talált x -nek h magosságai felvitele által az osztó vonalat a térképen kijelölni.

A rajzi eljárásnál azonban előbb azon részekből, melyek különböző minőségűek, ugyanazon magossággal egy új dűlény (illetőleg háromszög) szerkesztendő, mely annyi $\square$ ölből áll, hányat az egyes részek a kihasítandó terület minőségére reducálva adnak.

E szerkesztés a következő egyszerű módon történik: azon vonalra, melyen $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ vannak $\frac{\alpha}{n} + \frac{\alpha_1}{n_1} + \frac{\alpha_2}{n_2} + \dots$ -t, arra

pedig melyen $\beta_1, \beta_2, \dots$ s a t. $\frac{\beta_1}{n_1} + \frac{\beta_2}{n_2} + \dots$ -t viszzük fel, s erre az így felvitt vonalösszegek végpontjait összekötjük.

Az elkülönítendő területhez szükségeltető rész kihasítása, az újonnan szerkesztett ábrából ép azon módon történik, miként az fennebb, a minden részekben ugyanazon minőségű területekre nézve tárgyaltatott.

A berchtesgadeni műfaragványok fából.

Ki ne ismerné a berchtesgadeni faragványokat? kit nem gyönyörködtettek gyermekéveiben ez oly nagy ügyességgel faragott lovak, katonák, különféle állatok, házak s. a. t.? ki ne tudná hogy karácsonkor leginkább ily fabábok okozzák még most is a gyermekek legnagyobb örömét?

És ez Európaszerte elterjedt műfaragványok nagy részt felső Bajorországban fekvő *Berchtesgaden* városkából kerülnek, hol is a műfaragás majdnem 400 családot, az az 5 fővel számítva a családot, körülbelül 2000 személyt foglalkoztat és táplál és hol ez iparág már évszázadok óta honos.

A fából faragott játékszereken kívül készülnek ott még különféle finom szaru és elefántesontból való faragások és vésetek; — finomabb és durvább esztergály művek, — továbbá, dobozok, sajtárok, lapátok és más ilyenek, úgy hogy a fának ily módoni értékesítése oly kiterjedt és egy egész vidékre oly fontossággal bír, *) mikép érdekelní fogja talán e lapok t. olvasóit a fa használat ezen nemét erdőszefti szempontból közelebb megtekinteni. —

*) Az itt előállított tárgyak értéke évi átlagban 60 egész 80000 forintra rúg fel.