

A víznyomás eloszlása a gerebek orsópadjaira.

Irta: Herrmann Emil, akadémiai tanár.

Mint egy hozzám intézett levélből következtetem, az a kérdés, miként oszlik el a víznyomás a tűzifa és rönkö fel-fogására használt gerebek orsó padjaira, a gyakorlati érdek-szetet is közvetlenül érdekli. Megkísértem tehát röviden előadni azt a számítási módot, mely e kérdésre felvilágosítást ad.

Ha a gereben csak két orsó pad van alkalmazva, az egyes orsópadokra ható nyomás meghatározása igen egyszerű, mert ebben az esetben az orsófal külső egyensúlyának föltételei elegendők a nyomás elosztásának kiszámítására.

Három orsópadnál a külső egyensúly föltételei már nem elegendők az elosztás kiszámítására. Itt már az orsók rugal-masságának alapján vagyunk kénytelenek az egyes padokra jutó nyomást meghatározni.

A számítás és a fölvételek a következők:

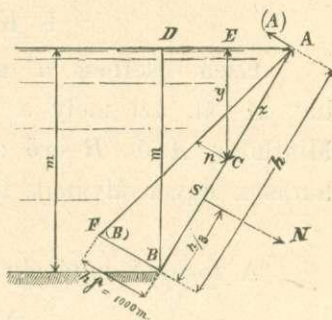
1. az orsófal, vagyis a gereblyének két-két pillére közötti nyílás, derékszögű négyszög;
2. a víz nyomása az orsófalra egyenlő a hydrostatikai nyomással;
3. az orsók homogén hengerek;
4. a gereb udvarán kívül lévő víznek ellennyomása mel-lőzhető.

Indokolást csak a 2. sz. alatt lévő fölvétel igényel. Tényleg az orsófalra ható nyomás valamivel kisebb mint a hydrostatikai, mert a víz kiömlik a falból és azon terület-részekre, melyek a víznek lefolyását engedik, nem hathat a víz nyomása. A valódi nyomás azonban nem lényegesen kisebb a hydrostatikainál, mert a falnak területe sokszorta nagyobb mint ama terület, melyből a víz kiömlik. Végre a biztonságra

nézve csak előnyös, ha a valódinál valamivel nagyobb nyomással számítunk.

Legyen az 1-ső ábrában m a víz mélysége a gereblye udvarában; $AB = h$ a vízbe merülő orsórésznek hossza; y egy tetszésszerű C pontnak mélysége a víz tükre alatt; z az orsónak hossza a tükörtől a C pontig.

Minden méretet méterekben tételezünk föl. A víznek feszültsége y mélységben p kg 1 m^2 -re. Tekintettel arra, hogy 1 m^3 víznek súlya 1000 kg



1-ső ábra.

$$p = 1000 \text{ y.}$$

A feszültség a fenéken tehát

$$p_1 = 1000 \text{ m,}$$

$$\text{miből } p = \frac{y}{m} p_1.$$

Tegyük, hogy $1000 \frac{m}{h} = \gamma$, tehát $m = \frac{h \gamma}{1000}$.

Ezt p_1 -be helyettesítve

$$p_1 = \gamma h \text{ és } p = \gamma \frac{hy}{m}.$$

De ABD és ACE hasonló háromszögekben

$$m : y = h : z, \text{ tehát}$$

$$\frac{hy}{m} = z, \text{ minek folytán } p = \gamma z.$$

Ha $BF \perp AB$ -re és $BF = 1000 \text{ m} = \gamma h$, akkor ABF terület képviseli azon terhet, mely az orsófalra hat, föltéve, hogy szélessége $= 1 \text{ m}$ -rel.

$$\text{Ezen teher } N = \frac{\gamma h \cdot h}{2} = \frac{\gamma h^2}{2}.$$

A teher súlypontja AB -ben van, még pedig $\frac{2h}{3}$ -ban A -tól és $\frac{h}{3}$ -ban B -től. Legyen S ama pont, akkor ezt N nyomás támadási pontjának tekinthetjük.

Ezt előre bocsátva, áttérhetünk a nyomás elosztásának kiszámítására.

I. Két orsópadnál.

Ezen esetben a nyomást, mely a felsőbb A orsópadra hat A -val, azt mely a B orsópadra hat pedig B -vel jelöljük. Minthogy A és B erő ellentétes irányu N -nel, azért a szállító hatások egyensúlyának föltétele

$$A + B = N.$$

A forgató hatásokra nézve

$$N \frac{h}{3} - Ah = 0,$$

ha B -t választjuk kezdőpontul. Ebből

$$A = \frac{N}{3} \text{ és } B = N - A, \text{ azaz } B = \frac{2N}{3}.$$

Két orsópadnál eszerint a nyomásnak egy harmada jut a felső és két harmada az alsó padra.

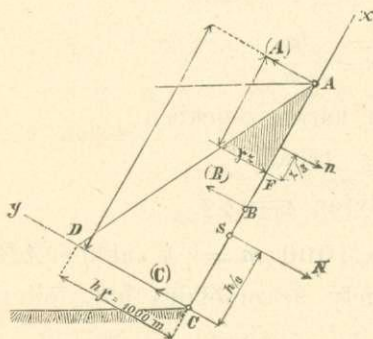
II. Három orsópadnál.

Három orsópadnál nem lehet a nyomásnak elosztását az alsó mennyiségtan segítségével kiszámítani, mert tekintetbe kell vennünk az orsóknak hajlítását.

Legyen a 2-ik ábrában A , B és C a három orsópad. ACD terület képviseli azt a terhet, mely $1\ m$ szélességű orsófalra jut. S a víznyomás középpontja és e nyomás

$$N = \frac{\gamma h^2}{2}.$$

A külső egyensúly föltétele most, ha A , B és C -vel jelöljük a nyomást, mely az illető orsópadra jut,

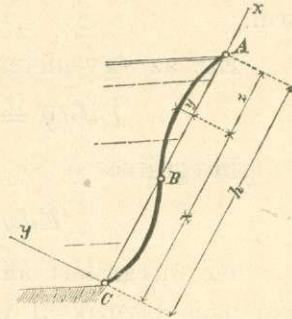


2-ik ábra.

$$1. \quad . \quad . \quad . \quad A + B + C = N = \frac{\gamma h^2}{2},$$

$$2. \quad . \quad . \quad . \quad Ah + Bc = \frac{Nh}{3} = \frac{\gamma h^3}{6}.$$

Az orsók meggörbülnek a nyomás alatt és fölveszik a 3-ik ábrában túlozva előtüntetett görbe alakot, A , B és C -ben támaszkodnak a nyomópadokra.



3-ik ábra.

Vegyünk egy szelvényt F (a 2-ik ábrában). Ezen szelvénynek terhelését képezi az A felszabadító erő és a víznyomásnak azon része, mely az ábrában vonalozott. Ha E az orsó anyagának rugalmassági modulusa, J a hosszegységre jutó orsók összes szelvényének tehetetlenségi nyomatéka és M a hajlító nyomaték az F szelvényre nézve, akkor $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}$ *)

Az F szelvényre nézve a hajlító nyomaték

$$M = Az - \frac{z^2 \gamma}{2} \cdot \frac{z}{3},$$

mert a vonalozott terület $n = \frac{\gamma z \cdot z}{2}$ és súlypontja az alaptól $\frac{z}{3}$ távolságban van.

$$\text{Ennek folytán } EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = Az - \frac{z^3 \gamma}{6}.$$

Ez a kifejezés azonban az orsó csak azon részére érvényes, mely A -tól B -ig terjed.

A 2-dik ábrából kitűnik, hogy $x = h - z$

$$\text{tehát } dx = -dz.$$

Szorozzuk a fentebbi egyenletet az utóbbival és kapjunk :

$$EJ d \left(\frac{dy}{dx} \right) = -Az dz + \frac{\gamma}{6} z^3 dz.$$

*) L. Herrmann E. „Technikai Erőműtan“ 175-ik lap, III. képlet).

Integrálva

$$EJ \frac{dy}{dx} = -\frac{Az^2}{2} + \frac{\gamma z^4}{24} + a;$$

a hol a ismeretlen állandó mennyiség, mely minden integrálhoz járul.

Ezt az egyenletet ismét szorozzuk $dx = -dz$ -vel és lesz

$$EJ dy = \frac{Az^3}{2} dz - \frac{\gamma z^5}{24} - a dz.$$

Integrálva

$$EJ y = \frac{Az^3}{6} - \frac{\gamma z^5}{120} - az.$$

Az integrálási állandó zero, mert ha $z=0$, $y=0$, mert az orsó nem távozik A padtól. De az orsó B padtól sem hajlik el, minélfogva $y=0$ ha $z=(h-c)$. Ezt a fentebbi egyenletben helyettesítve

$$0 = \frac{A(h-c)^3}{6} - \frac{\gamma(h-c)^5}{120} - a(h-c), \text{ miből}$$

$$3. \dots a = \frac{A(h-c)^2}{6} - \frac{\gamma(h-c)^4}{120}.$$

Az orsó azon részére nézve, mely B és C pad között van, a nyomaték

$$M = Az - \frac{z^3 \gamma}{6} + B(c-x).$$

Ha y_1 az orsó eltérése ezen részében az egyenes BC vonaltól, akkor

$$EJ \frac{d^2 y_1}{dx^2} = Az - \frac{\gamma z^3}{6} + B(c-x).$$

Tekintettel arra, hogy

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = Az - \frac{\gamma z^3}{6}$$

$$EJ \frac{d^2 y_1}{dx^2} = EJ \frac{d^2 y}{dx^2} + B(c-x).$$

Sorozzuk dx -el és integráljuk, akkor

$$EJ \frac{dy_1}{dx} = EJ \frac{dy}{dx} - \frac{B(c-x)^2}{2}.$$

Az integrálási állandó zero, mert ha $x=c$ az érintő

BC és AB ágnak közös, mivel B pont is mind a két ágnak pontja. Még egyszer dx -el szorozva és integrálva

$$EJy_1 = EJy + \frac{B(c-x)^3}{6}.$$

Az integrálási állandó ismét zero, mert ha $x=c$, BC valamint AB ágnak az elhajlása B pontban zero.

Tekintettel EJy értékére

$$EJy_1 = \frac{Az^3}{6} - \frac{\gamma z^5}{120} - az + \frac{B(c-x)^3}{6}.$$

Ha $x=0$, $z=h$ és $y_1=0$, mert az orsó C pontban nem hajlik el az egyenestől; tehát

$$0 = \frac{Ah^3}{6} - \frac{\gamma h^5}{120} - ah + \frac{Bc^3}{6}.$$

A 2. számú egyenlet szerint

$$Bc = \frac{\gamma h^3}{6} - Ah.$$

Ezt és a -nak értékét a 3. sz. képletből behelyettesítve, a fentebbi egyenletbe találjuk

$$\text{I.} \quad \dots \quad A = \gamma \frac{12 h^3 - 28 h^2 c + 12 h c^2 - 3 c^3}{120 (h-c)}, \text{ tehát}$$

$$\text{II.} \quad \dots \quad B = \gamma \frac{h [8 h^3 + 8 h c^2 - 12 h c^2 + 3 c^3]}{120 c (h-c)}, \text{ végre}$$

$$\text{III.} \quad \dots \quad C = \frac{\gamma h^3}{2} - (A + B).$$

Rendesen az egyik orsópad a mélységnek kétharmadában van, tehát $c = \frac{h}{3}$ és akkor

$$A = \frac{7}{144} \gamma h^2, \quad B = \frac{17}{48} \gamma h^2, \quad C = \frac{7}{72} \gamma h^2.$$

Minthogy az egész nyomás $N = \frac{\gamma h^2}{2}$, azért

$$A = \frac{7}{72} N; \quad B = \frac{51}{72} N \text{ és } C = \frac{14}{72} N, \text{ vagy}$$

$$A = 0.0972 N; \quad B = 0.709 N \text{ és } C = 0.194 N, \text{ kikerekítve}$$

$$A = 0.10 N,$$

$$B = 0.71 N$$

$$\text{és } C = 0.19 N.$$